دفترچه پاسخ اجباری

۱۸ بهمن‌ماه ۱۴۰۲

دفترچه پاسخ آزمون الکترونیکی زیستاز

آزمون شمارهٔ ۱۶

ویژه دانش آموزان پایه دوازدهم

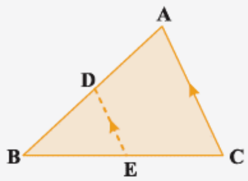
نام درس	ریاضی	زمین
گزینشگر	سجاد عظمتی	گلنوش شمس
ناظر علمی	خشایار خسروی، فرید غلامی، حسن سلامی	رضا ملکان‌پور
مسئول آزمون	گروه ریاضی فیثاغورس	رضا ملکان‌پور
پاسخنامه‌نویس	نریمان فتح اللهی	گلنوش شمس
طراحان	سجاد عظمتی، حسین شفیع‌زاده، مهرداد کیوان، معین کرمی، علی احمدی قزلدشت، محمدمصطفی ابراهیمی، فرشاد حسن‌زاده، محمدامین کریمی، محمدعلی جلالی، شاهین پروازی	گلنوش شمس، رضا ملکان‌پور
ویراستاران	مصطفی غلامی، زهرا پورشیر، سینا همتی، جلیل احمد میربلوچ، محمدامین سالاری‌فر، صبا پورعباس، رضا قربان‌زاده، امیرحسین قنبری	مهرسا زارع زهرانی، سجاد اسماعیل‌زاده شهری، صالح یوسفی‌نژاد

تولید فنی و گرافیک توسط نشر ویانو

ویژه کنکور ۱۴۰۳

پاسخنامه ریاضی ۱۸ بهمن‌ماه ۱۴۰۲
آزمون مرحله ۱۶ پایه دوازدهم

۷۱. در مثلث مقابل $DE \parallel AC$ و $۲BD = ۵AD$ و $DE + AC = ۲۴$ است. اندازهٔ AC کدام است؟



۱) ۱۱

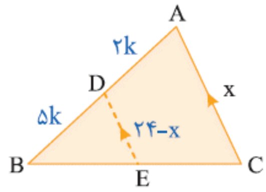
۲) ۱۲/۵

۳) ۱۴

۴) ۱۵/۵

پاسخ: گزینه ۳

سرنخ موازی بودن DE و AC نشون میده که لازمه از قضیه تالس استفاده کنید.

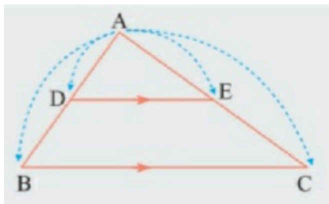
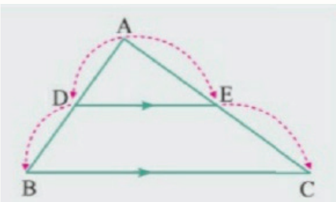


چون $DE + AC = ۲۴$ و $AC = x$ است، پس $DE = ۲۴ - x$ است. با استفاده از تالس جزء به کل در مثلث ABC داریم:

$$\frac{DE}{AC} = \frac{BD}{AB} \Rightarrow \frac{۲۴ - x}{x} = \frac{۵k}{۷k} \Rightarrow \frac{۲۴ - x}{x} = \frac{۵}{۷} \Rightarrow x = ۱۴$$

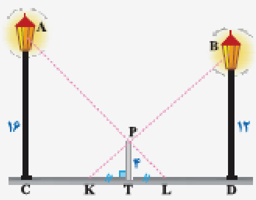
درسنامه

قضیهٔ تالس: اگر خطی موازی یک ضلع مثلث به گونه‌ای رسم شود که دو ضلع دیگر آن را قطع کند. روی آن دو ضلع، چهار پاره‌خط جدا می‌کند که اندازهٔ آن‌ها تشکیل یک تناسب می‌دهد.

تالس جزء به کل	تالس جزء به جزء
	
$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$	$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

نکته در مسائلی که صحبت از پاره‌خط DE است، از تالس جزء به کل استفاده می‌کنیم.

۷۲. مطابق شکل یک میلهٔ فلزی به طول $PT = ۴m$ بین دو تیر چراغ برق به طول‌های $AC = ۱۶m$ و $BD = ۱۲m$ قرار گرفته است. اگر فاصلهٔ دو تیر چراغ برق و سایهٔ میله در دو طرف آن به یک اندازه باشد، فاصلهٔ CT چقدر است؟



۱) ۲۲

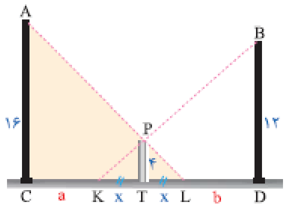
۲) ۲۴

۳) ۲۶

۴) ۲۸

پاسخ: گزینه ۲

سرنخ قضیه تالس را در دو مثلث بزرگ به کار برده و LD و CK را به دست آورید.



یک بار در مثلث ACL و یک بار هم در مثلث BDK از تالس جزء به کل استفاده می‌کنیم.

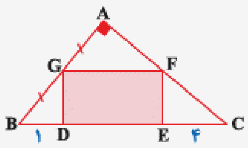
$$\text{ACL مثلث}: \frac{۴}{۱۶} = \frac{x}{۲x+a} \Rightarrow ۲x + a = ۴x \Rightarrow a = ۲x$$

$$\text{BDK مثلث}: \frac{۴}{۱۲} = \frac{x}{۲x+b} \Rightarrow ۲x + b = ۳x \Rightarrow b = x$$

از طرفی طبق صورت سؤال $CD = ۴۰m$ است، پس:

$$a + ۲x + b = ۴۰ \Rightarrow ۲x + ۲x + x = ۴۰ \Rightarrow x = ۸ \Rightarrow CT = a + x = ۳x = ۲۴$$

۷۳. در شکل مقابل چهارضلعی GFDE یک مستطیل است. اگر $AG = GB$ ، $BD = ۱$ و $EC = ۴$ واحد باشد، محیط مستطیل GFED کدام است؟



۱) ۱۴

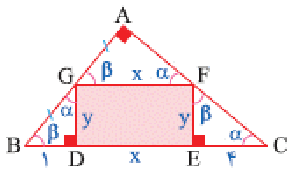
۲) ۱۶

۳) ۱۸

۴) ۲۰

پاسخ: گزینه ۱

سرنخ تالس جزء به کل را در مثلث ABC به کار برده و طول ضلع مستطیل را بیابید. عرض مستطیل از تشابه مثلث‌های کناری به‌دست می‌آید.



ابتدا با استفاده از تالس جزء به کل در مثلث ABC داریم:

$$\frac{AG}{AB} = \frac{GF}{BC} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{x}{x+۵} \Rightarrow x = ۵$$

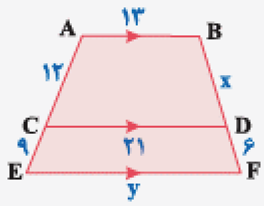
حال مطابق شکل مثلث‌های EFC و BGD متشابه‌اند، پس:

$$\frac{GD}{EC} = \frac{BD}{FE} \Rightarrow \frac{y}{۴} = \frac{۱}{y} \Rightarrow y = ۲$$

پس محیط مستطیل GFED برابر است با:

$$۲(x + y) = ۲(۲ + ۵) = ۱۴$$

۷۴. در شکل مقابل $AB \| CD \| EF$ است. مقدار $x + y$ کدام است؟



۱) ۲۸

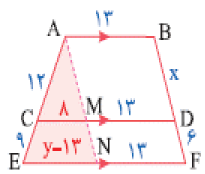
۲) ۳۰

۳) ۳۳

۴) ۳۵

پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم که چهار پاره‌خط ایجاد شده روی ساق‌های ذوزنقه توسط CD، طبق تالس متناسب‌اند، یعنی:

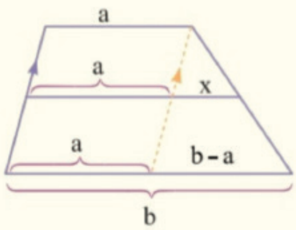


$$\frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF} \Rightarrow \frac{۱۲}{۹} = \frac{x}{۶} \Rightarrow x = ۸$$

حال از رأس A خطی به موازات ساق BF رسم می‌کنیم و با استفاده از تالس جزء به کل در مثلث AEN داریم:

$$\frac{۱۲}{۱۲+۹} = \frac{۸}{y-۱۳} \Rightarrow y - ۱۳ = ۱۴ \Rightarrow y = ۲۷ \Rightarrow x + y = ۳۵$$

درسنامه

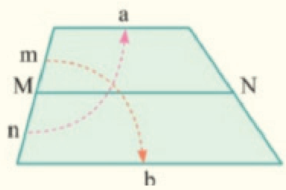


اگر پاره خطی موازی قاعده‌های ذوزنقه رسم شود، برای به دست آوردن طول این پاره‌خط می‌توانیم از یک رأس ذوزنقه خطی موازی یکی از ساق‌ها رسم کنیم و قضیهٔ تالس را در مثلث ایجاد شده بنویسیم.

اگر در یک ذوزنقه پاره‌خطی موازی دو قاعده رسم شود، نکات زیر قابل نتیجه‌گیری است:

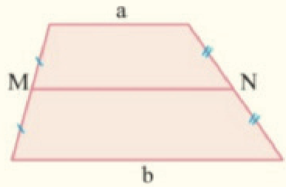
۱- در حالت کلی:

$$MN=\frac{na+mb}{n+m}$$



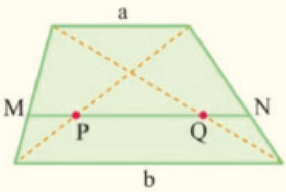
۲- اگر MN وسط‌های دو ساق را به هم وصل کند:

$$MN=\frac{a+b}{۲}$$

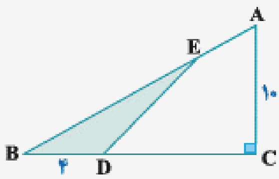


۳- اگر دو قطر ذوزنقه را رسم کنیم:

$$PQ=\frac{b-a}{۲}$$



۷۵. در مثلث مقابل $BE=۴AE$ و $BD=۴$ و $AC=۱۰$ است. مساحت مثلث BDE چقدر است؟



۱) ۱۴

۲) ۱۶

۳) ۱۸

۴) ۲۰

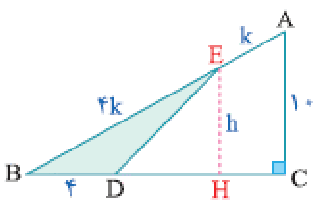
پاسخ: گزینه ۲

سرنخ از نقطهٔ E خطی موازی ضلع AC رسم کرده و از قضیه تالس استفاده کنید.

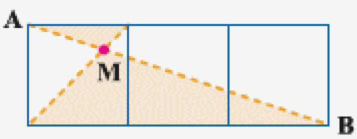
از نقطهٔ E خطی بر ضلع BC عمود می‌کنیم. حال از آن جایی که EH و AC موازی‌اند. با اســـتفاده از تالس جزء به کل داریم:

$$\frac{BE}{BA}=\frac{EH}{AC}\Rightarrow\frac{۴k}{۵k}=\frac{h}{۱۰}\Rightarrow h=۸$$

$$\Rightarrow S=\frac{۱}{۲}BD\times h=\frac{۱}{۲}\times۴\times۸=۱۶$$



۷۶. در شکل مقابل سه مربع به اضلاع واحد کنار هم قرار دارند. فاصلهٔ MA چند برابر $\sqrt{۱۰}$ است؟



۱) $\frac{۱}{۳}$

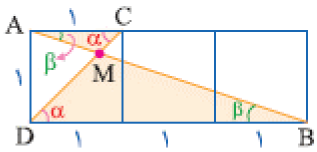
۲) $\frac{۱}{۴}$

۳) $\frac{۲}{۹}$

۴) $\frac{۱}{۵}$

پاسخ: گزینه ۲

سرنخ نسبت تشابه را برای دو مثلث بالایی و پایینی بنویسید.



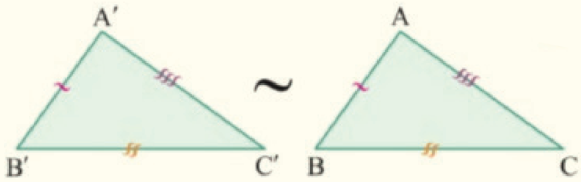
ابتدا با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس وتر مثلث AD‌إ برابر $\sqrt{۱۰}$ به دست می‌آید.
اگر فرض کنیم $MA = x$ باشد پس طول $MB = \sqrt{۱۰} - x$ خواهد بود. مطابق شکل مثلث‌های AMC و DMB متشابه‌اند، در نتیجه:

$$\frac{AC}{BD} = \frac{MA}{MB} \Rightarrow \frac{۱}{۳} = \frac{x}{\sqrt{۱۰} - x} \Rightarrow ۴x = \sqrt{۱۰} \Rightarrow x = \frac{۱}{۴}\sqrt{۱۰}$$

درسنامه

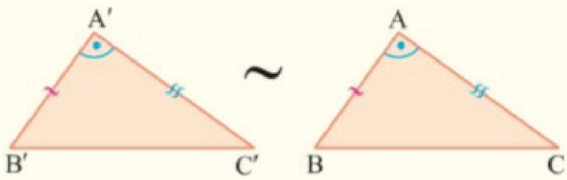
قضیه‌های تشابه: دو مثلث در حالت های زیر متشابه اند: $A\overset{\triangle}{B}C \sim A'\overset{\triangle}{B'}C'$

۱- تناسب سه ضلع



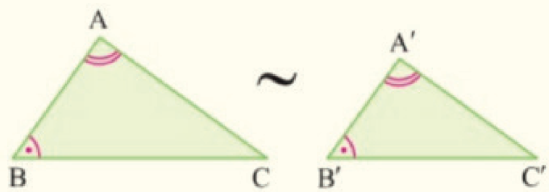
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$$

۲- تناسب دو ضلع و تساوی زاویهٔ بین



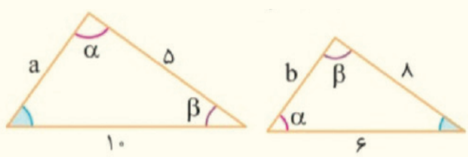
$\hat{A} = \hat{A'}$ و $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$

۳- تساوی دو زاویه



$\hat{B} = \hat{B'}$ و $\hat{A} = \hat{A'}$

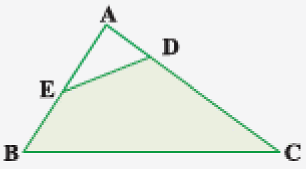
نحوهٔ نوشتن نسبت تشابه: وقتی می‌دانیم دو مثلث متشابه‌اند، برای نوشتن نسبت تشابه، ۳ خط کسری را برابر هم قرار می‌دهیم. سپس اضلاع یکی از مثلث‌ها، را (مثلاً مثلث (۱) در صورت کسرها می‌نویسیم. حال اضلاع مثلث دیگر را طوری در مخرج کسرها می‌نویسیم که اضلاع روبه‌روی زاویهٔ α در دو مثلث، زیر هم باشند، اضلاع روبه‌روی زاویهٔ β نیز زیر هم و.... .



مثلث (۱) مثلث (۲)

$$\frac{۱۰}{۸} = \frac{a}{۶} = \frac{۵}{b}$$

۷۷. در چهارضلعی BCDE ، زاویه‌های روبه‌رو مکمل‌هم‌اند. اگر $BC = ۲۰$ و $DE = ۱۲$ ، آن گاه مساحت چهارضلعی چند برابر مساحت مثلث ABC است؟



۱) ۰/۵۶

۲) ۰/۶۴

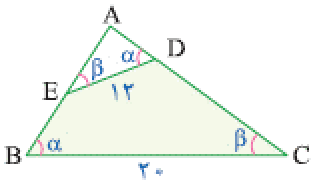
۳) ۰/۷۲

۴) ۰/۸

پاسخ: گزینه ۲

سرنخ نسبت تشابه دو مثلث مشابه AED و ABC را به دست آورده و نسبت مساحت‌ها را حساب کنید.

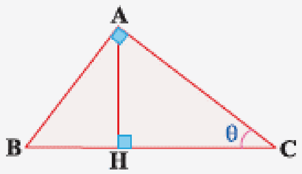
چون زوایای روبه‌رو در چهارضلعی مکمل یکدیگرند. پس زوایای نشـــان داده شـــده در شـــکل با هم برابرند و در نتیجه مثلث‌های ABC و AED با هم متشابه‌اند و نسبت مساحت آن‌ها برابر است با:



$$\frac{S_{AED}}{S_{ABC}} = \left(\frac{۱۲}{۲۰}\right)^{۲} = \frac{۹}{۲۵} \xrightarrow{\text{فرض می‌کنیم}} \begin{cases} S_{AED} = ۹S \\ S_{EDCB} = ۱۶S \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{EDCB}}{S_{ABC}} = \frac{۱۶S}{۲۵S} = ۰/۶۴$$

۷۸. در مثلث مقابل $A\hat{C}B = \theta$ و $BC = ۲$ است. اندازهٔ ارتفاع AH کدام است؟



۱) $\sin^{۲}\theta$

۲) $\sin ۲\theta$

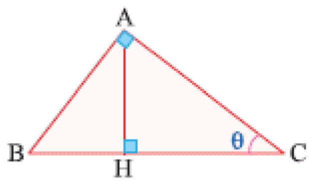
۳) $\cos^{۲}\theta$

۴) $\cos ۲\theta$

پاسخ: گزینه ۲

سرنخ با استفاده از روابط نسبت‌های مثلثاتی در قائم‌الزاویه، طول اضلاع قائم و ارتفاع AH را به دست آورید.

در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:



$$\sin\theta = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AB = ۲\sin\theta$$

$$\cos\theta = \frac{AC}{BC} \Rightarrow AC = ۲\cos\theta$$

$$AH = \frac{AB \times AC}{BC} \Rightarrow AH = \frac{(۲\sin\theta)(۲\cos\theta)}{۲}$$

$$= ۲\sin\theta\cos\theta \Rightarrow AH = \sin ۲\theta$$

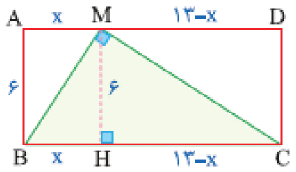
۷۹. در مستطیل به اضلاع ۱۳ و ۶ نقطهٔ M بر روی ضلع بزرگ‌تر قرار دارد و خطوط واصل از M به دو رأس دیگر مستطیل بر هم عمودند. فاصلهٔ نزدیک‌ترین رأس مستطیل از M کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۳/۵ ۳) ۴ ۴) ۴/۵

پاسخ: گزینه ۳

سرنخ بعد از رسم شکل، با استفاده از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه، خواسته مسئله به راحتی قابل محاسبه است.

با توجه به مسئله شکل مقابل حاصل می‌شود و در مثلث قائم‌الزاویه BMC داریم:

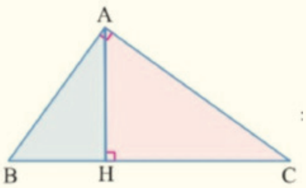


$$MH^{۲} = BH \times CH \Rightarrow ۶^{۲} = (x) \times (۱۳ - x)$$

$$\Rightarrow \underbrace{x^{۲} - ۱۳x + ۳۶}_{(x-۴)(x-۹)} = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۴ \checkmark \\ x = ۹ \times \end{cases}$$

درسنامه

در هر مثلث قائم‌الزاویه، با رسم ارتفاع وارد بر وتر، سه مثلث متشابه به وجود می‌آید:



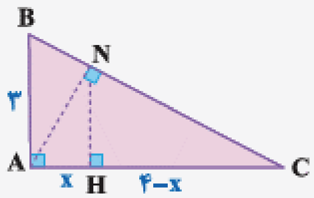
$$\Rightarrow \overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{ABH} \sim \overset{\triangle}{ACH}$$

۱- از تشابه مثلث‌های $\overset{\triangle}{ABH}$ و $\overset{\triangle}{ACH}$ نتیجه می‌گیریم: $AH^{۲} = BH \times CH$

۲- از تشابه مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ با هر یک از مثلث‌های کوچک‌تر، نتیجه می‌گیریم:

$$AC^{۲} = CH \times BC \qquad AB^{۲} = BH \times BC$$

۸۰. مطابق شکل هر دو ارتفاع مثلث‌های قائم‌الزاویه رسم شده است. مقدار x کدام است؟



۱) ۱/۴۴

۲) ۱/۵۶

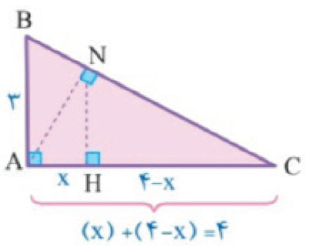
۳) ۱/۶۴

۴) ۱/۹۶

پاسخ: گزینه ۱

سرنخ با استفاده از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه، طول وتر و ارتفاع وارد بر وتر به راحتی قابل محاسبه بوده و سپس x را بیابید.

با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس وتر BC برابر ۵ به دست می‌آید. حال ارتفاع AN را در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC به دست می‌آوریم:



$$AN = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{۳ \times ۴}{۵} = \frac{۱۲}{۵}$$

حال در مثلث قائم الزاویه ANC داریم:

$$AN^{۲} = AH \times AC \Rightarrow \left(\frac{۱۲}{۵}\right)^{۲} = (x) \times (۴) \Rightarrow x = \frac{۳۶}{۲۵} = ۱/۴۴$$

۸۱. اگر $g(۲) = g'(۲) = ۳, f(۲) = ۲f'(۲) = ۲$ باشد، مشتق تابع $\frac{(f+g)(x)}{x + f(x)}$ در $x = ۲$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۸}$

۲) $\frac{۳}{۴}$

۳) $\frac{۵}{۸}$

۴) $\frac{۵}{۴}$

پاسخ: گزینه ۱

تک پله : با توجه به صورت ســؤال $f(۲)=۲\,,f'(۲)=۱\,,g'(۲)=۳$ و $g(۲)=g'(۲)=۳$ اســت. حال از تابع $y=\dfrac{f(x)+g(x)}{x+f(x)}$ مشتق می‌گیریم و در آن $x=۲$ می‌گذاریم:

$$y'=\frac{\big(f'(x)+g'(x)\big)\big(x+f(x)\big)-\big(۱+f'(x)\big)\big(f(x)+g(x)\big)}{\big(x+f(x)\big)^۲}\xrightarrow{x=۲}$$

$$y'=\frac{\big(f'(۲)+g'(۲)\big)\big(۲+f(۲)\big)-\big(۱+f'(۲)\big)\big(f(۲)+g(۲)\big)}{\big(۲+f(۲)\big)^۲}=\frac{(۱+۳)(۲+۲)-(۱+۱)(۲+۳)}{(۲+۲)^۲}=\frac{۱۶-۱۰}{۱۶}=\frac{۳}{۸}$$

درسنامه

۱- مشتق توابع کسری

تابع	مشتق
$y=\dfrac{f(x)}{g(x)}$	$y'=\dfrac{f'(x)\times g(x)-g'(x)f(x)}{g^۲(x)}$

۲- مقایسه!

دو مورد را همیشه به خاطر داشته باشید.

تابع	مشتق
$y=f(x)+g(x)$	$y'=f'(x)+g'(x)$
$y=f(x)\times g(x)$	$y'=f'(x)g(x)+g'(x)f(x)$

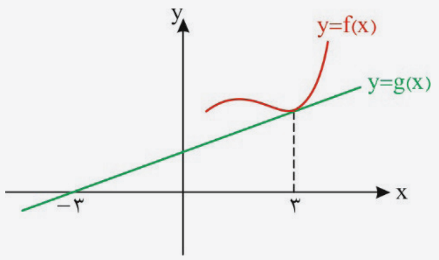
۸۲. **مطابق شکل، نمودار تابع خطی g بر نمودار تابع f در نقطه‌ای به طول $x=۳$ مماس است و $\lim\limits_{x\to۳}\dfrac{xf(x)+g(x)-۴}{x-۳}=a$ است. مقدار حقیقی a کدام است؟**

۱) ۲

۲) $\dfrac{۵}{۳}$

۳) $\dfrac{۷}{۲}$

۴) $\dfrac{۷}{۳}$



پاسخ: گزینه ۲

پلهٔ اول: با جایگذاری $x=۳$ در حد داده شده مخرج برابر صفر می‌شود و چون حد وجود دارد و مقدار آن حقیقی است بنابراین صورت کسر به ازای $x=۳$ برابر صفر می‌شود.

$$۳f(۳)+g(۳)-۴=۰$$

$g(x)$ و $f(x)$ در $x=۳$ بر هم مماس‌اند بنابراین $g(۳)=f(۳)$:

$$۴f(۳)=۴\Rightarrow f(۳)=g(۳)=۱$$

پلهٔ دوم: حال معادله تابع خطی $g(x)$ را می‌نویسیم:

$$y-۰=\frac{۱-۰}{۳-(-۳)}(x+۳)\to g(x)=\frac{۱}{۶}x+\frac{۱}{۲}$$

پله سوم: حاصل حد خواسته شده را با استفاده از هوپیتال به‌دست می‌آوریم:

$$\lim_{x\to۳}\frac{xf(x)+g(x)-۴}{x-۳}\xrightarrow{HOP}\lim_{x\to۳}\frac{f(x)+xf'(x)+g'(x)}{۱}$$

$$=f(۳)+۳f'(۳)+g'(۳)\to\xrightarrow[\text{مماس‌اند}]{x=۳\text{ در } f \text{ و } g}۱+۳\times\left(\frac{۱}{۶}\right)+\frac{۱}{۶}=\frac{۱۰}{۶}=\frac{۵}{۳}$$

درسنامه

توجه:

۱- درحل سؤالات حد، اگر به حالتِ (عدد $= \lim_{x \to a} \frac{\text{☁}}{\text{صفرحدی}}$) رسیدید، بدانید که حتماً حاصل ☁ هم برابر صفر حدی بوده که پس از رفع ابهام $\frac{0}{0}$ به حاصل «عدد» رسیده‌ایم.

۲- مختصات نقاط تماس دو تابع در هر دو تابع صدق می‌کند و مشتق هر دو تابع در آن نقطه یکسان است.

۸۳. در تابع چند جمله‌ای $f(x)$ اگر $f(x)+2f'(2x)=x^3+12x^2+4x+9$ باشد، مقدار $f(-1)$ کدام است؟

۱) ۳۰۴- ۲) ۳۰۴ ۳) ۱۲۰- ۴) ۱۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

پلهٔ اول: با توجه به اینکه مشتق تابع چند جمله‌ای درجهٔ n از درجهٔ $n-1$ است پس $f(x)$ درجه ۳ می‌باشد.

$$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d \Rightarrow f(2x)=8ax^3+4bx^2+2cx+d$$

می‌دانیم مشتق $f(u)$ برابر است با $u'f'(u)$ پس مشتق $f(2x)$ می‌شود:

$$2f'(2x)=24ax^2+8bx+2c$$

پلهٔ دوم: حال می‌توان تابع $y=f(x)+2f'(2x)$ را نوشت:

$$\Rightarrow y=ax^3+bx^2+cx+d+24ax^2+8bx+2c$$

$$\Rightarrow y=ax^3+(b+24a)x^2+(c+8b)x+d+2c$$

با توجه به‌صورت سوال داریم:

$$ax^3+(b+24a)x^2+(c+8b)x+d+2c=x^3+12x^2+4x+9$$

پلهٔ سوم: با مساوی قرار دادن ضرایب، مقادیر c, b, a و d به دست می‌آید.

$$\left.\begin{array}{l} a=1 \\ b+24a=12 \Rightarrow b=-12 \\ c+8b=4 \Rightarrow c=100 \\ d+2c=9 \rightarrow d=-191 \end{array}\right\} \Rightarrow f(x)=x^3-12x^2+100x-191 \rightarrow f(-1)=-304$$

درسنامه

۱- مشتق توابع چند جمله ای: مشتق تابع $y=ax^n$ رو یادتونه!؟ احسنت. $y'=nax^{n-1}$. میخواهم به یه نکته توجه کنید که درجه تابع مشتق y از درجهٔ خود تابع y، یک واحد کمتر است. به‌عنوان مثال اگر مشتق تابعی از درجهٔ دوم باشد، نتیجه می‌گیریم که تابع اصلی از درجهٔ سوم بوده است.

۲- $f(x)$ یا $f(u)$ مسئله این است: اگر $f(x)$ تابعی بر حسب x باشد آنگاه مشتق توابع زیر را بلدیم!

الف) $y=f(x) \rightarrow y'=f'(x)$ ب) $y=f^2(x) \rightarrow y=2f(x)f'(x)$

اگر در همین عبارت‌های بالا به جای x، تابعی بر حسب x مثل u قرار بگیرد، باید y' را در u' ضرب کنیم. ببینید:

الف) $y=f(u) \rightarrow y'=f'(u).u'$ ب) $y=f^2(u) \rightarrow y'=2f(u)f'(u).u'$

امیدوارم قاطی نکرده باشین! به‌عنوان یک توصیه: همیشه در حل سؤالاتی که به جای x تابعی بر حسب x مثل u قرار گرفته، u را به‌صورت ☁ فرض کرده و سؤال را مثل $f(x)$ حل کنید و در گام آخر ☁، مشتق گرفته و در حاصل نهایی مشتق ضرب کنید.

۸۴. خط مماس بر منحنی به معادلهٔ $y=\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}$ در نقطهٔ A به طول ۱ واقع بر آن، منحنی را در نقطهٔ دیگر B قطع می‌کند. فاصلهٔ دو نقطهٔ A و B کدام است؟

۱) $\frac{2}{\sqrt{2}}$ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) $\frac{4}{\sqrt{2}}$ ۴) $4\sqrt{2}$

پاسخ: گزینه ۳

پلهٔ اول: عرض نقطهٔ مماس را به دست می‌آوریم.

$$y=\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\xrightarrow{x_A=1}y_A=0\to A(1,0)$$

پلهٔ دوم: شیب خط مماس در نقطه A را به‌دست آورده و معادله خط مماس را می‌نویسیم.

$$y'=\frac{-1}{x^2}+\frac{2}{x^3}\xrightarrow{x_A=1}y'_A=-1+2=1$$

معادله خط مماس در نقطه مماس $\xrightarrow{A} y=x-1$

پلهٔ سوم: خط مماس را با منحنی تلاقی می‌دهیم تا مختصات نقطه تلاقی دیگر (B) به‌دست آید.

$$\begin{cases}y=\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\\ y=x-1\end{cases}\to x-1=\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\xrightarrow{\times x^2}x^3-x^2=x-1$$

$$\to x^3-x^2-x+1=0\to(x-1)^2(x+1)=0$$

$$\to x=\pm1\to B(-1,-2)$$

پلهٔ چهارم: فاصله دو نقطهٔ A و B برابر است با:

$$\overline{AB}=\sqrt{(-1-1)^2+(-2-0)^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}=\frac{4}{\sqrt{2}}$$

درسنامه

نوشتن معادله خط مماس: برای نوشتن معادلهٔ خط مماس در نقطه‌ای واقع بر منحنی تابع $(x=x_0)$ سه مرحلهٔ زیر را طی می‌کنیم:

۱- قبل از هر کاری مختصات نقطهٔ مماس را کامل می‌کنیم $A\left|\begin{matrix}x_0\\ y_0\end{matrix}\right.$

۲- ضابطهٔ مشتق تابع را تعیین می کنیم و مقدار مشتق در نقطهٔ مماس را برابر شیب خط مماس در نظر می‌گیریم $m_{\text{مماس}}=f'(x_0)$

۳- حالا با داشتن نقطهٔ A و شیب خط می‌توانیم معادلهٔ خط را با استفاده از رابطهٔ زیر بنویسیم.

$$y-y_0=m(x-x_0)$$

پیدا کردن نقاط تلاقی: برای پیدا کردن نقاط تلاقی دو تابع $y_1=f(x), y_2=g(x)$ کافی است معادلهٔ تلاقی را تشکیل دهیم:

$$y_1=y_2\Rightarrow f(x)=g(x)$$

پیدا کردن فاصله دو نقطه: برای پیدا کردن فاصلهٔ دو نقطه $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$ داریم:

$$AB=\sqrt{(\text{اختلاف}x\text{ها})^2+(\text{اختلاف}y\text{ها})^2}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

۸۵. تابع با ضابطهٔ $f(x)=\begin{cases} ۲x^۲+ax+۵ & ;x<۲ \\ bx+a+۱ & ;x\geq ۲ \end{cases}$ بر روی R مشتق پذیر است. مقدار ab کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۲ ۳) ۱۶- ۴) ۱۲-

پاسخ: گزینه ۳

هر یک از ضابطه‌ها در بازهٔ خود پیوسته و مشتق‌پذیر هستند، بنابراین در نقطهٔ مرزی $x=۲$ باید:

۱- تابع پیوسته باشد:

$$\lim_{x\to ۲^-} f(x)=\lim_{x\to ۲^-}(۲x^۲+ax+۵)=۱۳+۲a$$

$$\lim_{x\to ۲^+} f(x)=\lim_{x\to ۲^+}(bx+a+۱)=۲b+a+۱$$

$$\Rightarrow ۱۳+۲a=۲b+a+۱\Rightarrow a-۲b=-۱۲$$

۲- مشتق چپ و راست تابع برابر باشند:

$$f'(x)=\begin{cases} ۴x+a & ;x<۲ \\ b & ;x>۲ \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} f'_-(۲)=۸+a \\ f'_+(۲)=b \end{cases}\Rightarrow ۸+a=b$$

از دو معادلهٔ بالا $b=۴$ و $a=-۴$ به‌دست می‌آید، پس $ab=-۱۶$ است.

۸۶. اگر $f(x)=|x^۲-۳x-۱۰|-۲x^۲$ باشد، مجموع جواب‌های معادلهٔ $f'(x)=۹$ کدام است؟

۱) ۷- ۲) ۶- ۳) ۳ ۴) ۵

پاسخ: گزینه ۱

پله اول: ابتدا درون قدرمطلق را تعیین علامت می‌کنیم.

$$x^۲-۳x-۱۰=۰\Rightarrow (x-۵)(x+۲)=۰\Rightarrow x=۵ \text{ یا } x=-۲$$

اگر $x\geq ۵\Rightarrow f(x)=x^۲-۳x-۱۰-۲x^۲\Rightarrow f(x)=-x^۲-۳x-۱۰$

$$\Rightarrow f'(x)=-۲x-۳\Rightarrow -۲x-۳=+۹\Rightarrow -۲x=۱۲\Rightarrow x=-۶$$

عدد به‌دست آمده بزرگ‌تر از ۵ نیست پس قابل قبول نمی‌باشد.

پله دوم:

اگر $-۲\leq x<۵\Rightarrow f(x)=-x^۲+۳x+۱۰-۲x^۲$

$$\Rightarrow f(x)=-۳x^۲+۳x+۱۰\Rightarrow f'(x)=-۶x+۳$$

$$\Rightarrow -۶x+۳=۹\Rightarrow -۶x=۶\Rightarrow \boxed{x=-۱}$$

پله سوم:

اگر $x<-۲\Rightarrow f(x)=x^۲-۳x-۱۰-۲x^۲=-x^۲-۳x-۱۰$

$$\Rightarrow f'(x)=-۲x-۳=۹\Rightarrow \boxed{x=-۶}$$

پس مجموع جواب‌ها می‌شود. $(-۱)+(-۶)=-۷$

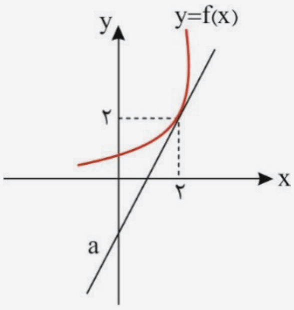
درسنامه

مشتق گیری از توابع قدرمطلقی: برای مشتق‌گیری از توابعی که شامل قدر مطلق هستند، ابتدا با توجه به جدول تعیین علامت عبارت داخل قدرمطلق، قدرمطلق را در فواصل مختلف برداشته و تابع را به‌صورت تابعی چند ضابطه‌ای تبدیل کنید.

و در گام بعدی از تک تک ضابطه‌ها در بازهٔ تعریفشان، مشتق بگیرید.

توجه داشته باشید که جواب‌های به دست آمده باید با بازهٔ تعریف آن، تطابق داشته باشد.

۸۷. نمودار تابع $y=f(x)$ و خط مماس بر آن در نقطهٔ $x=۲$ به‌صورت مقابل است. اگر $g(x)=f\big(f(x)\big)$ باشد و خط مماس بر نمودار تابع g محور yها را در نقطهٔ $(۰,-۶)$ قطع کند. مقدار a کدام است؟



۱) $۱-۲\sqrt{۲}$

۲) -۲

۳) $-۲\sqrt{۲}$

۴) $۲\sqrt{۵}-۲$

پاسخ: گزینه ۲

پله اول: ابتدا شیب خط مماس بر نمودار تابع $f(x)$ را به دست می‌آوریم. از این خط دو نقطه به مختصات $(۲,۲)$ و $(۰,a)$ داریم پس:

$$m=\frac{۲-a}{۲-۰}\Rightarrow m=\frac{۲-a}{۲}$$

پس مشتق تابع $f(x)$ در نقطهٔ $x=۲$ برابر $\frac{۲-a}{۲}$ می‌شود یعنی:

$$f'(۲)=\frac{۲-a}{۲}$$

نمودار تابع f از نقطهٔ $(۲,۲)$ عبور می‌کند پس: $f(۲)=۲$

پلهٔ دوم: حال با توجه به داده‌های سؤال شیب خط مماس بر نمودار $g(x)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$g(x)=f\big(f(x)\big), x=۲\Rightarrow g(۲)=f\big(f(۲)\big)=f(۲)=۲$$

$g(x)$ از نقطه‌های $(۲,۲)$ و $(۰,-۶)$ عبور می‌کند پس شیب آن برابر ۴ می‌شود.

پلهٔ سوم: می‌توان شیب خط مماس بر $g(x)$ را با استفاده از مشتق، به دست آورد که در آن از فرمول مشتق توابع مرکب استفاده می‌کنیم:

$$g(x)=f\big(f(x)\big)\Rightarrow g'(x)=f'(x)\times f'\big(f(x)\big)$$

$$x=۲\Rightarrow g'(۲)=f'(۲)\times f'\big(f(۲)\big)=f'(۲)\times f'(۲)$$

$$\Rightarrow g'(۲)=\frac{۲-a}{۲}\times\frac{۲-a}{۲}$$

پلهٔ چهارم: با توجه به پله سوم، شیب خط مماس بر $g(x)$ برابر ۴ است، پس داریم:

$$\frac{a-۲}{۲}\times\frac{a-۲}{۲}=۴\Rightarrow (a-۲)^۲=۱۶\rightarrow a-۲=\pm۴\rightarrow a=۲\pm۴\xrightarrow{a<۰}a=-۲$$

درسنامه

۱- پیدا کردن شیب: با داشتن مختصات دو نقطه از یک خط می‌توان با استفاده از رابطهٔ زیر شیب خط را تعیین کرد.

$$A\left|\begin{matrix}x_۱\\y_۱\end{matrix}\right.\qquad B\left|\begin{matrix}x_۲\\y_۲\end{matrix}\right.\Rightarrow m_{AB}=\frac{y_۲-y_۱}{x_۲-x_۱}$$

۲- یادآوری : در درسنامهٔ قبلی هم گفتیم شیب خط مماس در نقطهٔ $x_۰$ همان مشتق تابع در نقطهٔ $x_۰$ است.

۳- مشتق تابع مرکب: برای تعیین مشتق تابع مرکب از دو قاعدهٔ زیر بهره می‌بریم:

مشتق	تابع
$y'=g'(x)\times f'(g(x))$	$y=f(g(x))$
$y'=u'\times f'(u)$	$y=f(u)$

۸۸. معادلهٔ خط مماس بر نمودار تابع $f(x)=x^{۳}-\frac{۳}{۲}x^{۲}+\frac{۵x^{۲}-۵x}{x-۱}$ در نقطه‌ای که مشتق اول از دو برابر مشتق دوم یک واحد کمتر است، به صورت $ay=bx+c$ است. حاصل $a+b+c$ کدام است؟

۱) ۶۲-
۲) ۴۰
۳) ۱۲۴-
۴) ۱۲۴

پاسخ: گزینهٔ ۱

پلهٔ اول: دامنه تابع $f(x)$ برابر $D_f=\mathbb{R}-\{۱\}$ است. $f'(x)$ و $f''(x)$ را به دست می‌آوریم.

$$f(x)=x^{۳}-\frac{۳}{۲}x^{۲}+\frac{۵x(x-۱)}{x-۱}=x^{۳}-\frac{۳}{۲}x^{۲}+۵x\,,x\neq ۱$$

$$f'(x)=۳x^{۲}-۳x+۵\Rightarrow f''(x)=۶x-۳$$

پلهٔ دوم:

$$f'(x)=۲f''(x)-۱\rightarrow ۳x^{۲}-۳x+۵=۲(۶x-۳)-۱$$

$$\rightarrow ۳x^{۲}-۱۵x+۱۲=۰\rightarrow\begin{cases}x=۱\notin D_f\\ x=۴\ \text{نقطهٔ مماس}\ (۴,۶۰)\end{cases}$$

پلهٔ سوم: شیب خط مماس بر تابع $f(x)$ را در نقطه مماس $(x=۴)$ به دست آورده و معادله خط مماس را می‌نویسیم.

$$f'(۴)=۳(۴)^{۲}-۳(۴)+۵=۴۱$$

$$\xrightarrow{(۴,۶۰)}\text{معادله خط مماس}:y=۴۱x-۱۰۴$$

پلهٔ چهارم: با مقایسهٔ $ay=bx+c$ با معادلهٔ خط مماس، $a=۱$، $b=۴۱$ و $c=-۱۰۴$ است، پس: $a+b+c=۱+۴۱-۱۰۴=-۶۲$

درسنامه

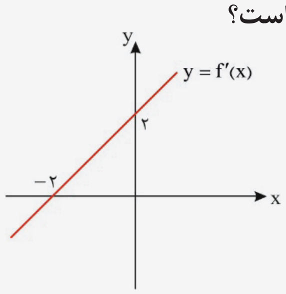
نوشتن معادلهٔ خط مماس: برای نوشتن معادلهٔ خط مماس در نقطه‌ای واقع بر منحنی تابع $x=x_۰$ سه مرحلهٔ زیر را طی می‌کنیم:

۱- قبل از هر کاری مختصات نقطهٔ مماس را کامل می‌کنیم $A\left|\begin{matrix}x_۰\\y_۰\end{matrix}\right.$

۲- ضابطهٔ مشتق تابع را تعیین می‌کنیم و مقدار مشتق در نقطهٔ تماس را برابر شیب خط مماس در نظر می‌گیریم $m_{\text{مماس}}=f'(x_۰)$

۳- حالا با داشتن نقطهٔ A و شیب خط می‌توانیم معادلهٔ خط را با استفاده از رابطهٔ مقابل بنویسیم: $y-y_۰=m(x-x_۰)$

۸۹. نمودار تابع $y=f'(x)$ به صورت مقابل است. اگر $f(۲)=۸$ باشد، کمترین مقدار تابع f کدام است؟



۱) ۲-
۲) ۰
۳) ۲
۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲

پله اول: نمودار تابع $y=f'(x)$ به صورت تابعی خطی است، پس $f(x)$ تابعی درجه دوم می‌باشد.

دو نقطه از تابع خطی $y=f'(x)$ را داریم که می‌توان معادلهٔ آن را نوشت:

$$(-۲,۰),(۰,۲)\Rightarrow m=\frac{۲-۰}{۰+۲}\Rightarrow m=۱$$

$$y-۰=۱(x+۲)\Rightarrow y=x+۲\Rightarrow f'(x)=x+۲$$

پله دوم: تابع درجه دوم به فرم $f(x)=ax^{۲}+bx+c$ است. که مشتق آن به صورت $f'(x)=۲ax+b$ می‌شود، پس داریم:

$$\begin{cases}f'(x)=x+۲\\ f'(x)=۲ax+b\end{cases}\Rightarrow ۲a=۱\Rightarrow a=\frac{۱}{۲},b=۲\Rightarrow f(x)=\frac{۱}{۲}x^{۲}+۲x+c$$

از طرفی $f(۲)=۸$:

$$f(۲)=۸\Rightarrow x=۲,y=۸\Rightarrow\frac{۱}{۲}x^{۲}+۲x+c=۸$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{۲}(۲)^{۲}+۲(۲)+c=۸\Rightarrow ۲+۴+c=۸\Rightarrow c=۲$$

پله سوم: در نتیجه ضابطهٔ تابع $f(x)$ به شکل زیر است که با دو رابطهٔ $y_s=f\left(\frac{-b}{۲a}\right)$ یا $y_s=\frac{-\Delta}{۴a}$ می‌توان کمترین یا بیشترین مقدار تابع درجهٔ دوم را حساب کرد. در اینجا $a>۰$ هست پس داریم: $f(x)=\frac{۱}{۲}x^{۲}+۲x+۲$

$$x_s=-۲\Rightarrow y_s=f(-۲)=۰$$

درسنامه

۱- نوشتن معادلهٔ خط: اگر مختصات دو نقطه $\left(A\begin{vmatrix}x_۱\\y_۱\end{vmatrix},B\begin{vmatrix}x_۲\\y_۲\end{vmatrix}\right)$ از یک خط معلوم باشد. برای نوشتن معادله خط دو گام زیر را طی می‌کنیم:

۱- ابتدا شیب خط را محاسبه می‌کنیم: $m=\frac{y_۲-y_۱}{x_۲-x_۱}$

۲- در گام دوم با استفاده از رابطهٔ زیر معادله خط را کامل می‌کنیم:

$$y-y_۱=m(x-x_۱)$$

۲- توان شکنی مشتق: با یک مثال توضیح می دهیم. تابع $f(x)=x^{۲}+x$ را در نظر بگیرید، حالا بیایید از تابع f، مشتق بگیریم، $f'(x)=۲x+۱$

ببینید که درجهٔ $f'(x)$، یک و درجه $f(x)$، دو است. به‌عبارتی ساده‌تر درجه $f'(x)$ یک واحد کمتر از درجه $f(x)$ است. و می‌توان به این موضوع به صورت بلعکس نگاه کرد. بدین صورت که اگر به فرض مثال درجه $f'(x)$، یک باشد نتیجه می‌گیریم که درجه $f(x)$، دو است.

۹۰. آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x)=\sqrt{x+۱}$ در بازهٔ $[a,۳]$ برابر $\frac{۲}{۷}$ است. آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f در $x=a$ کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۷}$ ۴) $\frac{۵}{۶}$

پاسخ: گزینه ۲

پلهٔ اول: آهنگ متوسط تغییر تابع f در بازهٔ $[a,۳]$ برابر است با:

$$\frac{f(۳)-f(a)}{۳-a}=\frac{۲}{۷}\Rightarrow\frac{\sqrt{۴}-\sqrt{a+۱}}{۳-a}=\frac{۲}{۷}\Rightarrow ۱۴-۷\sqrt{a+۱}=۶-۲a\Rightarrow ۷\sqrt{a+۱}=۸+۲a\xrightarrow{\text{توان}۲}$$

$$۴۹(a+۱)=\underbrace{(۸+۲a)^۲}_{۶۴+۳۲a+۴a^۲}\Rightarrow ۴a^۲-۱۷a+۱۵=۰\to(۴a-۵)(a-۳)=۰\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{۵}{۴}\\ a=۳\end{cases}$$

با توجه به بازهٔ $[a,۳]$ باید $a<۳$ باشد، پس $a=\frac{۵}{۴}$ قابل قبول است.

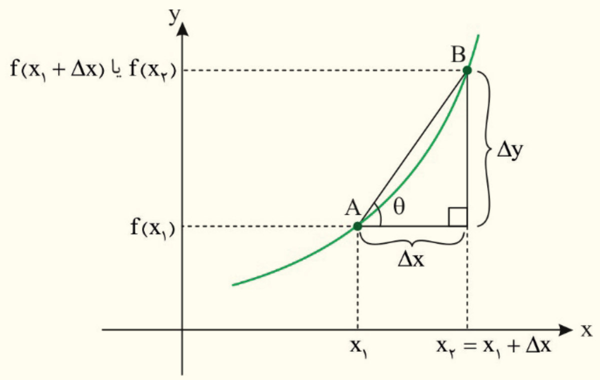
پلهٔ دوم: حال آهنگ لحظه ای تغییر را در این نقطه به‌دست می‌آوریم:

$$f(x)=\sqrt{x+۱}\Rightarrow f'(x)=\frac{۱}{۲\sqrt{x+۱}}\Rightarrow f'\left(\frac{۵}{۴}\right)=\frac{۱}{۲\sqrt{\frac{۹}{۴}}}=\frac{۱}{۲\times\frac{۳}{۲}}=\frac{۱}{۳}$$

درسنامه

۱- آهنگ متوسط: آهنگ متوسط تغییر تابع f، همان نسبت تغییرات عرض‌ها به تغییرات طول‌ها است. به زبان ریاضی داریم:

$$\text{آهنگ متوسط تغییر تابع } f=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(x_۲)-f(x_۱)}{x_۲-x_۱}=\frac{f(x_۱+\Delta x)-f(x_۱)}{\Delta x}$$

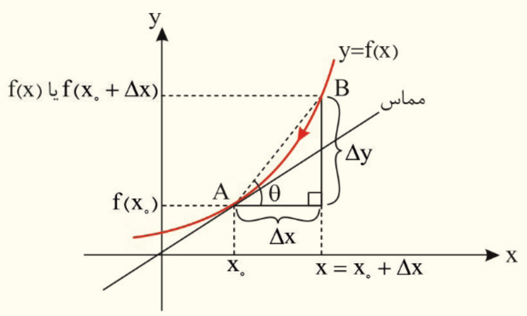


نکته آهنگ متوسط تغییر تابع f از نقطهٔ A تا B به زبان ساده همان شیب وتر AB است.

$$\text{آهنگ متوسط } f \text{ از A تا B}=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\tan\theta=m_{AB}$$

۲-آهنگ آنی یا لحظه‌ای: آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f نسبت به متغیر x به‌صورت زیر است:

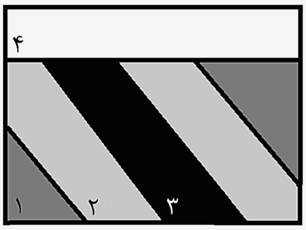
$$\text{آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع } f=\lim_{\Delta x\to ۰}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{x\to x_۰}\frac{f(x)-f(x_۰)}{x-x_۰}=\lim_{\Delta x\to ۰}\frac{f(x_۰+\Delta x)-f(x_۰)}{\Delta x}$$



نکته آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f نسبت به متغیر x در نقطهٔ A، به زبان ساده همان شیب خط مماس در نقطهٔ A است.

پاسخنامه زمین ۱۸ بهمن‌ماه ۱۴۰۲
آزمون مرحله ۱۶ پایه دوازدهم

۹۱. اگر در شکل شاهد یک چین خوردگی از نوع ناودیس باشیم. قدیمی‌ترین لایه کدام است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

پاسخ: گزینه ۱

در صورتی که لایه‌های سنگی طوری خم شوند که لایه‌های قدیمی‌تر در مرکز و لایه‌های جدیدتر در حاشیه قرار گیرند، تاقدیس تشکیل می‌شود و چنانچه لایه‌های جدیدتر در مرکز و لایه‌های قدیمی‌تر در حاشیه چین قرار گیرند، ناودیس به وجود می‌آید.

در لایه‌های ۱ و ۲ و ۳ یک ناودیس می‌بینیم که در آن لایه‌های قدیمی‌تر در اطراف هستند. ترتیب لایه‌ها به این شکل می‌شود: ۱>۲>۳>۴

۹۲. دامنه امواج زمین لرزه A، ۱۰۰۰ میکرومتر است. می‌دانیم بزرگی زمین لرزه B، ۳ ریشتر از A بیشتر است. دامنه امواج زمین لرزه B چقدر است؟

۱) ۱۰۰۰
۲) ۱۰۰۰۰۰۰
۳) $\frac{۱}{۱۰۰۰}$
۴) $\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰۰}$

پاسخ: گزینه ۲

به ازای هر یک واحد بزرگی، دامنه امواج ۱۰ برابر می‌شود. بزرگی زمین لرزه B، ۳ ریشتر بیشتر است پس دامنه امواج آن ۱۰۰۰ برابر است.

۱۰۰۰×۱۰۰۰=۱۰۰۰۰۰۰

۹۳. سنگ‌های آذرآواری از کدام مواد آتشفشانی تشکیل می‌شوند؟

۱) فومرول
۲) لاپیلی
۳) خاکستر
۴) تفرا

پاسخ: گزینه ۴

در آتشفشان‌های انفجاری دارای سیلیس فراوان، مواد جامد آتشفشانی(تفراها) به هوا پرتاب می‌شوند. با فرونشینی آنها بر سطح زمین، از به هم چسبیدن و سخت شدن این مواد، گروهی از سنگ های آتشفشانی، به نام سنگ‌های آذرآواری تشکیل می‌شوند.

۹۴. در ارتباط با موج زمین لرزه‌ای که در آن راستای ارتعاش ذرات و انتشار موج بر هم عمودند، کدام گزینه نادرست است؟

۱) می‌تواند دومین موجی باشد که به دستگاه لرزه نگار می‌رسد.
۲) می تواند سومین موجی باشد که به دستگاه لرزه نگار می‌رسد.
۳) می‌تواند ذرات را در راستای قائم حرکت دهد.
۴) سبب ایجاد انقباض و انبساط‌های متوالی می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴

در امواج عرضی و ریلی راستای ارتعاش ذرات و انتشار موج بر هم عمودند. امواج عرضی دومین و امواج ریلی سومین موج‌هایی هستند که به دستگاه لرزه نگار می‌رسند. در امواج عرضی ارتعش ذرات در راستای قائم صورت می‌گیرد.

انقباض و انبساط‌های متوالی مربوط به موج طولی است.

۹۵. شرایط تشکیل توف‌های آتشفشانی کدام است؟

۱) آتشفشان‌های انفجاری و دارای سیلیس کم - محیط‌های دریایی کم‌عمق

۲) آتشفشان‌های آرام و دارای سیلیس کم - محیط های دریایی عمیق

۳) آتشفشان‌های انفجاری و دارای سیلیس زیاد - محیط‌های دریایی کم‌عمق

۴) آتشفشان‌های آرام و دارای سیلیس زیاد - محیط‌های دریایی عمیق

پاسخ: گزینه ۳

در آتشفشـــان‌های انفجاری دارای ســـیلیس فراوان، مواد جامد آتشفشانی به هوا پرتاب می‌شوند. با فرونشینی آنها بر سطح زمین، از به هم چسبیدن و سخت شدن این مواد، گروهی از سنگ‌های آتشفشانی، به نام سنگ‌های آذرآواری تشکیل می‌شوند.

در صورتی که خاکستر آتشفشانی در محیط‌های دریایی کم‌عمق ته نشین شوند، توف آتشفشانی به وجود می‌آید.

۹۶. کدام یک پیش نشانگر زمین لرزه نمی‌باشد؟

۱) تغییر سطح تراز آب چاه‌ها

۲) تغییرات گاز رادون در آب‌های سطحی

۳) تشکیل نوعی ابر خاص در آسمان

۴) ناهنجاری در رفتار حیوانات

پاسخ: گزینه ۲

به برخی از علائم و نشانه‌ها که بتوان با استفاده از آنها وقوع زمین لرزه را پیش بینی کرد پیش‌نشانگر گفته می‌شود. برخی از این نشانه‌ها عبارت‌اند از:

۱- تغییرات گاز رادون در آب‌های زیر زمینی

۲- ایجاد تغییر در سطح تراز آب زیر زمینی

۳- پیش‌لرزه

۴- ناهنجاری در رفتار حیوانات

۵- ابر زمین لرزه

۹۷. بیشتر آسیب دیدگی‌های مربوط به زمین لرزه ناشی از چیست؟

۱) رفت و آمد در زمان وقوع زمین لرزه

۲) پناه گرفتن کنار دیوارهای داخلی حین وقوع لرزه

۳) کمبود آب و موادغذایی بعد از زمین لرزه

۴) توجه نکردن به پیام‌های رادیویی

پاسخ: گزینه ۱

بیشتر آسیب دیدگی‌ها مربوط به رفت و آمد افراد در زمان وقوع زمین لرزه است. هر جا هستید، در همان جا پناه بگیرید.

۹۸. در ارتباط با فواید آتشفشان‌ها عبارت نادرست کدام است؟

۱) از طریق آن اطلاعاتی در مورد گوشته بالایی به دست می‌آید.

۲) کشور ایسلند بخش عمده انرژی مورد نیاز خود را از انرژی زمین گرمایی تأمین می‌کند.

۳) بخش زیادی از گازهای درون زمین از طریق فعالیت آتشفشان‌ها، از شکستگی سنگ‌ها و لایه‌های آبدار خارج شدند.

۴) خروج سریع مواد مذاب گوشته از محور میانی رشته کوه‌های میان اقیانوسی، سبب تشکیل پوستهٔ جدید اقیانوسی می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴

خروج آرام مواد مذاب گوشـــته از محور میانی رشـــته کوه‌های میان اقیانوسی، سبب تشکیل پوســـتهٔ جدید اقیانوسی می‌شود. نتیجهٔ این آتشفشان‌ها، علاوه بر گسترش بستر اقیانوس‌ها، سبب نزدیک شدن ورقه‌ها در محل دراز گودال‌های اقیانوسی می‌شوند. در این مناطق، به

علت برخورد ورقه‌ها، فرو رانش صورت می‌گیرد و کوه‌ها به وجود می‌آیند. کوه‌ها نیز، با ایجاد پستی و بلندی در سطح زمین، سبب تداوم فرسایش و رسوب گذاری می‌گردند.

۹۹. هدف از مطالعات ژئوفیزیکدان‌ها چیست؟

الف) مطالعه ساختمان درونی زمین

ب) مطالعه امواج لرزه‌ای

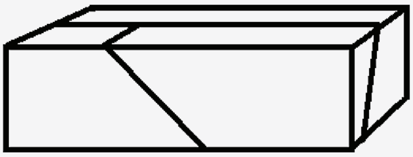
ج) شناسایی ذخایر و معادن زیرزمینی

۱) الف و ب ۲) الف و ج ۳) ج و ب ۴) الف و ج و ب

پاسخ: گزینه ۲

ژئوفیزیک: ژئوفیزیک‌دان‌ها، برای مطالعه ســاختمان درونی زمین که به راحتی در دســترس نیست و همچنین شناسایی ذخایر و معادن زیرزمینی با استفاده از امواج لرزه‌ای، بررسی مغناطیس زمین، مقاومت الکتریکی و شدت گرانش سنگ‌ها، به مطالعهٔ آنها می‌پردازند.

۱۰۰. در شکل شکستگی‌هایی قابل مشاهده است که دو سمت آن نسبت به هم حرکت می‌کنند. چه تنش‌هایی باعث ایجاد این گسل‌ها می‌شوند؟



۱) فشاری، فشاری

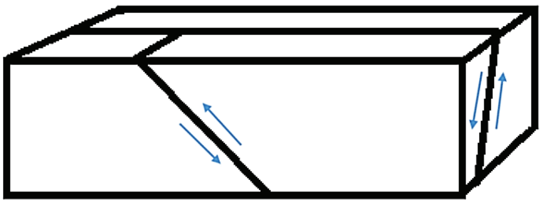
۲) فشاری، کششی

۳) کششی، کششی

۴) فشاری، کششی، برشی

پاسخ: گزینه ۲

در شکل دو گسل قابل مشاهده‌اند که طبق فلش‌های مشخص شده در شکل قرار است، حرکت کنند.



در گسل عادی، فرادیواره به پایین می‌رود و در گسل معکوس، فرادیواره به بالا حرکت می‌کند.